DGl-System ohne Fixpunkt, linear approximiert

Die Approximation, speziell ist eine Drehmatrix als Jacobische gewählt

In[∘]:= $A = \begin{pmatrix} \text{Cos}[\phi] & -\text{Sin}[\phi] \\ \text{Sin}[\phi] & \text{Cos}[\phi] \end{pmatrix};$

Die parametrisierte Kurve

```
In[∘]:= x = {x1[t], x2[t]};

In[∘]:= b = {b1, b2};

In[∘]:= D[x, t]
        leite ab

Out[∘]= {x1′[t], x2′[t]}
```

Außerhalb des Ursprungs gibt es sehr wohl einen Fixpunkt, nämlich hier:

```
In[∘]:= fix = Solve[0 == A.x + b, x] // Simplify
              löse                     vereinfache

Out[∘]= {{x1[t] → -b1 Cos[ϕ] - b2 Sin[ϕ], x2[t] → -b2 Cos[ϕ] + b1 Sin[ϕ]}}

In[∘]:= A.x + b /. fix // Simplify
                          vereinfache

Out[∘]= {{0, 0}}

In[∘]:= werte = {ϕ → 0.76, b1 → 1, b2 → 0.2};

In[∘]:= Fp = x /. fix[[1]] /. werte

Out[∘]= {-0.86262, 0.543954}

In[∘]:= A.Fp + b /. werte
```

Out[∘]= $\{-5.55112\times10^{-17}, 0.\}$

Lösung des Systems zum Startpunkt $c = \{c_1, c_2\}$

```
In[∘]:= sol = DSolve[{D[x, t] == A.x + b, x1[0] == c1, x2[0] == c2}, x, t] // Simplify
              löse Diff⋯ leite ab                                            vereinfache
```

Out[∘]= $\{\{x1[t] \to -b2\,\text{Sin}[\phi] + e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Cos}[t\,\text{Sin}[\phi]]\,(c1 + b2\,\text{Sin}[\phi]) - c2\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]] + b1\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[\phi]\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]] + \text{Cos}[\phi]\,(-b1 + b1\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Cos}[t\,\text{Sin}[\phi]] - b2\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]]),$
$x2[t] \to b1\,\text{Sin}[\phi] + e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Cos}[t\,\text{Sin}[\phi]]\,(c2 - b1\,\text{Sin}[\phi]) + c1\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]] + b2\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[\phi]\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]] + \text{Cos}[\phi]\,(-b2 + b2\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Cos}[t\,\text{Sin}[\phi]] + b1\,e^{t\,\text{Cos}[\phi]}\,\text{Sin}[t\,\text{Sin}[\phi]])\}\}$

Das brauchen wir in Geogebra, deshalb das Folgende zum Kopieren

In[∘]:=
```
x /. sol[[1]] // InputForm
```
Eingabeform

Out[∘]//InputForm=
```
{-(b2*Sin[ϕ]) + E^(t*Cos[ϕ])*Cos[t*Sin[ϕ]]*
   (c1 + b2*Sin[ϕ]) - c2*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[t*Sin[ϕ]] +
  b1*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[ϕ]*Sin[t*Sin[ϕ]] +
  Cos[ϕ]*(-b1 + b1*E^(t*Cos[ϕ])*Cos[t*Sin[ϕ]] -
    b2*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[t*Sin[ϕ]]),
 b1*Sin[ϕ] + E^(t*Cos[ϕ])*Cos[t*Sin[ϕ]]*(c2 - b1*Sin[ϕ]) +
  c1*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[t*Sin[ϕ]] + b2*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[ϕ]*
   Sin[t*Sin[ϕ]] + Cos[ϕ]*(-b2 + b2*E^(t*Cos[ϕ])*
     Cos[t*Sin[ϕ]] + b1*E^(t*Cos[ϕ])*Sin[t*Sin[ϕ]])}
```

Lösung des Systems für die Kurveschar

In[∘]:=
```
sol = DSolve[{D[x, t] == A.x + b, x1[0] == 0, x2[0] == s}, x, t] // Simplify
```
löse Diff··· leite ab vereinfache

Out[∘]=
$$\{\{x1[t] \to -e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\, s\, \mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + \mathrm{Sin}[\phi]\left(-b2 + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\right) + \mathrm{Cos}[\phi]\left(-b1 + b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\right),$$
$$x2[t] \to e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\left(s - b1\,\mathrm{Sin}[\phi]\right) + \mathrm{Cos}[\phi]\left(-b2 + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\right) + \mathrm{Sin}[\phi]\left(b1 + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\right)\}\}$$

In[∘]:=
```
curv = x /. sol[[1]]
```

Out[∘]=
$$\{b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[\phi]\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b1\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Cos}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi] - e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\, s\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[\phi]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b2\,\mathrm{Cos}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[\phi]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b2\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b1\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]],$$
$$e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\, s\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[\phi]\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b2\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Cos}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi] + b1\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Cos}[\phi]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b1\,\mathrm{Cos}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b2\, e^{t\,\mathrm{Cos}[\phi]}\mathrm{Sin}[\phi]\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]] + b1\,\mathrm{Cos}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]] - b2\,\mathrm{Sin}[t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\,\mathrm{Sin}[\phi + t\,\mathrm{Sin}[\phi]]\}$$

Graphik für die Lösungsschar, passend zu den Näherungen in Geogebra.

Dort werden diese Lösungen aber nicht eingetragen, man kann sie am Richtungsfeld verfolgen.

In[∘]:=
```
curves = Table[curv /. werte /. {s → ss}, {ss, 0.0, 1.0, 0.1}];
```
Tabelle

In[∘]:=
```
ParametricPlot[curves, {t, -5, 3}, PlotRange → {{-1, 2}, {0, 1.4}}]
```
parametrische Darstellung Koordinatenbereich der Graphik

Out[∘]=